

研究タイトル：

非单位的環の数論幾何学への応用



氏名： 加藤 裕基 E-mail: Kato_051@kurume-nct.ac.jp

職名： 准教授 学位： 博士（理学）

所属学会・協会： 日本数学会

 キーワード： Almost 数学, 非单位的代数, Smith イデアル理論, A^1 ホモトピー理論, Goodwillie 微積分

技術相談

提供可能技術：

研究内容： 非单位的環の数論幾何学への応用

研究目的

混標数の数論幾何学のモチーフ理論や代数的K-理論は限定的にしか研究手段が確立していなかった。申請者はGabberの提唱したalmost数学を「1」の存在を仮定しない代数の視点から研究することで普遍的な性質を抽出できることに気が付いた。申請者はalmost数学の研究を主に取り組んでいるが、研究者との交流の中でalmost数学から既存の数学の理論が復元できることが求められていると感じた。本研究でalmost数学から混標数の代数を復元させる理論の構築を目的とする。

研究方法

無限圏のGoodwillie微積分はHeutsによって普遍性を用いた定式化が与えられているが、無限圏の充満部分圏を明示的に構成できないか調査した。Taylor展開の圏論類似であるGoodwillie微積分を用いてalmost数学で得られた結果で近似する理論が構成できないか調査した。

研究結果

以下の理論を構築していくつかの結果を得ることができた：有限極限と終対象をもつ無限圏 $\mathcal{C}$ の n -可切除対象全体の充満部分圏 $P^n(\mathcal{C})$ を余米田関手の引き戻しで定める。0対象をもつ無限圏の関手 $\alpha : F \rightarrow G : (\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D})$ が与えられたとき余核から得られる関手 $G \rightarrow \text{cok}\alpha \rightarrow P^n(\text{cok}\alpha) : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ のホモトピーファイバー $P_G^n(F) := G \times_{P^n(\text{cok}\alpha)} 0 : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ を F の G による n -Goodwillie近似と定めると次の関手の列が得られる：

$$\cdots \rightarrow P_G^n(F) \rightarrow P_G^{n-1}(F) \rightarrow \cdots \rightarrow P_G^1(F) \rightarrow P_G^0(F) \simeq G.$$

Proposition (K-. 2024)

Let $\mathcal{C}$ be a pointed small ∞ -category. For any $n \geq 0$, the following conditions are equivalent:

- (1) The fully faithful functor $P^n(\mathcal{C}) \rightarrow \mathcal{C}$ is a categorical equivalence.
 - (2) The Yoneda functor $\mathbb{Y} : \mathcal{C} \rightarrow \text{Fun}(\mathcal{C}^{\text{op}}, \mathcal{S})$ is n -excisive.
 - (3) The identity functor on $\text{Fun}(\mathcal{C}^{\text{op}}, \mathcal{S})$ is n -excisive.
- (The third is equivalent to Heuts's definition)

Theorem (K-. 2024)

Let $M^{\text{aug}} : \text{CAlg}_{V//V} \rightarrow \text{Sp}$ be the left Kan extension of $M : \text{CAlg}_V \rightarrow \text{Sp}$ along $\text{CAlg}_V \rightarrow \text{CAlg}_V^{\text{nu}} \rightarrow \text{CAlg}_{V//V}$. Then one has $M^{\text{aug}}(P^1(A)) \simeq M^{\text{aug}}(A)$.

Proposition (K-. 2025)

Let $F \rightarrow G : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ be a natural transformation of functors. If G is n -excisive, $P_G^n(F)$ is n -excisive.

提供可能な設備・機器：

名称・型番（メーカー）